פתרון תרגיל בית 2 חלק 1: מודלים מתמטיים של אוכלוסייה

הבעיות לקוחות מתוך ספר הקורס A biologist's guide to mathematical models in ecology and evolution (Sarah P. Otto and Troy Day)

שאלה 1: (3.3 בספר)

המשוואה הלוגיסטית (3.5a)

ייתכן שהאוכלוסייה בזמן t+1 תהיה שלילית אפילו כשהאוכלוסייה בזמן t חיובית והקבועים חיוביים.

1. פתרו את האוכלוסייה בזמן הראשון ידנית עבור כאשר מתחילים עם אוכלוסייה בגודל:
2. מצאו את גודל האוכלוסייה בו גודל האוכלוסייה בצעד הבא נהייה שלילי (הכחדה). זאת אומרת, מצאו כך שעבור כל האוכלוסייה בזמן הבא תהייה שלילית. בדקו שהתשובה מתאימה לתשובה לסעיף 1.

שאלה 2: (5.1 בספר)

המשוואה הלוגיסטית (3.5a) מניחה שמספר הצאצאים השורדים להורה יורד ליניארית עם גודל האוכלוסייה: ליניארי עם .

הרבה מודלים שונים פותחו בשביל לבטא מתמטית את יחס מספר הצאצאים השורדים להורה בכל מיני הקשרים (Henle et al. 2004; May et al. 1974).

1. מודל תֵטָא-לוגיסטי
2. מודל רִיקֵר
3. מודל בֵּווֵרטוֹן-הוֹלְט
4. מצאו את נקודות השבת (fixed points) של המודלים. הניחו כי ו- חיוביים.

בנקודה קבועה, גודל האוכלוסייה לא משתנה .

1. עבור כל נקודת שבת, מצאו אם זו נקודת שיווי משקל (equilibrium/stable fixed point) או נקודת אי יציבות (unstable fixed point).

עבור משוואות רקורסיה, נקודה היא

* נקודת שיווי משקל רגילה אם הנגזרת בנקודה בין 0 ל-1.

* נקודת אי יציבות רגילה אם הנגזרת בנקודה גדולה מ-1.

* נקודת שיווי משקל אוסילטורית אם הנגזרת בנקודה בין ל-0.

* נקודת אי יציבות אוסילטורית אם הנגזרת בנקודה קטנה מ-.